Министерство образования и молодежной политики Чувашской Республики

# Система упражнений в обучении математике

Методическая разработка

Разработала
учитель математики
МОУ «СОШ № 29 г.Чебоксары»
Морушкина Вера Васильевна

Чебоксары
2010

**УДК 372.851**
**ББК 74.262.21**

**Морушкина В.В.**
Система упражнений в обучении математике. Методическая разработка. / В.В. Морушкина. - Чебоксары, 2010. - 40 с.

**Аннотация.**
В течение многих лет известными авторами предлагались различные дидактические материалы и подходы для проведения упражнений по математике.

Цель данной работы состоит в том, чтобы на основе анализа учебных задач (на примере решения задач на движение) сформулировать принципы построения эффективной системы упражнений в обучении математике.

Данная разработка адресована широкому кругу педагогических работников, занимающихся вопросами построения систем упражнений при изучении математики учащимися с низкой и средней степенью математической подготовки и в классах с разным уровнем исходной подготовки.

**Рецензенты:**
Руссков С.П., кандидат педагогических наук, доцент кафедры педагогики начального образования Чувашского государственного педагогического университета имени И.Я. Яковлева.

Картузова Т.В., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова.

Агаева Е.В., кандидат исторических наук, доцент кафедры философии, истории и права Чувашской государственной сельскохозяйственной академии.

Васильев Г.В., кандидат экономических наук, доцент кафедры «Финансы и кредит» филиала Российского государственного социального университета в г. Чебоксары.

**УДК 372.851**
**ББК 74.262.21**

**Оглавление**

## Введение

*«Умение решать задачи - практическое искусство, подобное плаванию, или катанию на коньках, или игре на фортепьяно: научиться этому можно, лишь подражая избранным образцам и постоянно тренируясь» (Д.Пойа)*

В течение многих лет разными авторами предлагались различные подходы и дидактические материалы для проведения упражнений по математике. Авторы стремились осветить некоторый диапазон знаний по математике, проверить знания ученика, используя разные методики и критерии. В частности, в известных публикациях «Сборник для поступающих во ВТУЗы» под ред. М.И.Сканави, «Задачи по элементарной математике» (авт. В.Б.Лидский) и др. авторов.

Мне показался более близким подход Г.И.Саранцева и «*эвристический*» взгляд Д.Пойа. В частности, Д.Пойа пишет: «Цель эвристики – исследовать методы и правила, как делать открытия и изобретения»[1]. Г.И.Саранцев указывает: «Сущность *эвристического* подхода заключается в том, что учитель вовлекает учащихся в процесс «открытия» различных факторов, самостоятельной формулировке теорем, выполнения отдельных этапов исследования. При этом методе учитель конструирует упражнение, выделяет из него вспомогательные, намечает шаги поиска, а сами шаги выполняет ученик»[2].

За годы моей работы я поняла, что совершенно естественным образом прочному усвоению материала учащимися способствует сам процесс поиска и, главное, нахождение в его результате верного решения. И, как следствие, обретение на этой основе даже неподготовленным учеником уверенности в своих силах, возрастание интереса к предмету, достижения им необходимого уровня знаний, соответствующего требованиям ЕГЭ и ГИА. Поняв, что решение задач может «учить», я постаралась выстроить такой процесс упражнений, который служил бы не столько традиционной задаче – проверке уровня знаний, а больше направлял учащегося на самостоятельный поиск решения следующих задач на основе уже решенных, формировал и тренировал у учащегося навыки и подходы в решении математических задач, развивал интерес к предмету.

Результатом явилось формулирование *эвристической* «Системы упражнений в обучении математике». Она построена с учетом вышеописанных идей на основе очень простых и естественных принципов перехода по сложности от одного упражнения к другому.

Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития учащихся, глубины освоения учебного материала. Ребенок с первых дней занятий в школе встречается с задачей. С начала и до конца обучения в школе математическая задача неизменно помогает ученику вырабатывать правильные математические понятия, глубже выяснять различные стороны взаимосвязей в окружающей его жизни, дает возможность применять изучаемые теоретические положения.

Подготовка специалистов различных профилей невозможна без существенной опоры на качественный уровень школьной математической подготовки. Для повышения качества учебного процесса необходимо совершенствовать методы и средства обучения. Е.Н.Эрентраут в диссертации «Практико-ориентированные задачи как средство реализации прикладной направленности курса математики в профильных школах» пишет следующее: «Изучение школьного курса математики … играет решающую роль в системе профильного обучения, так как универсальность математических методов позволяет в формальных понятиях алгебры, геометрии и математического анализа на уровне общенаучной методологии отразить связь теоретического материала различных областей знаний с

[1]См. Д.Пойа, «Как решать задачу». – Львов: Журнал «Квантор», 1991. - С. 208.
[2]См. Г.И.Саранцев «Упражнения в обучении математике». – М.:Просвещение, 1995. - С. 22.

практикой. Поэтому практико-преобразующая деятельность, как проявление функционирования содержания курса математики средней школы, определяет значимость математики в подготовке учащихся к продолжению образования в процессе профессионального становления. На старшей ступени профильной школы прикладной характер обучения математике приобретает социальную значимость, раскрытию которой следует уделять особое внимание…»

Важнейшим видом учебной деятельности для усвоения математической теории, развития творческого мышления и самостоятельности мышления является решение математических упражнений. Эффективность обучения в первую очередь зависит от отбора и конструирования упражнений. Упражнения вызывают определенную умственную деятельность, которая обусловлена не только содержанием упражнений, но и зависит от последовательности их решения, количества однотипных упражнений, комбинации их с другими типами упражнений.

Цель этой работы состоит в том, чтобы сформулировать и обосновать принципы построения упражнений (на примере решения задач на движение), которые позволяют не просто проверить знания учащихся, но и помочь учащимся точно определить пробелы в знаниях, систематизировать их знания, показать, что из чего следует, на какой иерархической «полочке» их знаний что лежит, а какая «полочка» с нужными знаниями пуста.

## 1. Виды задач на движение

*«При изучении методов решения задач перед нами вырисовывается второе лицо математики. Да, у математики два лица: это и строгая наука Евклида и одновременно нечто другое» (Д.Пойа)*

В данной главе дается анализ видов задач на движение и методов их решения. Выделенные типы задач направлены на формирование умений учащихся самостоятельно формулировать и решать практико-ориентированные задачи.

В результате изучения курса темы «Уравнения» учащиеся должны[3]:

1) понимать, что уравнение – это математический аппарат решения разнообразных задач из математики, смежных областей знаний, практики;
2) правильно употреблять термины «уравнение», «система», «корень уравнения», «решение системы», понимать их в тексте;
3) решать уравнения, системы уравнений;
4) решать текстовые задачи с помощью составления уравнений.

Несмотря на кажущуюся простоту задач на движение (работу), подобные задачи требуют умения логически мыслить, рассуждать, составлять и решать порой непростые уравнения или системы уравнений. Одно то, что задача на движение включена в ГИА по алгебре в 9 классе (Задача 11) и как вариант задания В12 в ЕГЭ по математике в 11 классе, говорит о большом значении, которое придаётся умениям решать эти задачи.

Приведем примеры задач из КИМов.

*ЕГЭ-2008 (В9).* На выполнение некоторой работы первый токарь затратит на 5 дней больше, чем второй токарь, и на 9 дней больше, чем третий токарь. Первый и второй токари вместе выполнят эту работу за то же время, что и третий токарь, работая один. За сколько дней выполнит эту работу первый токарь?

*ЕГЭ-2009 (В9).* Каждая из двух пристаней находится на расстоянии 36 км (по реке). От одной из них в сторону поселка отправился плот. Спустя 8 ч от другой пристани навстречу плоту вышла лодка, собственная скорость которой 12 км/ч. Найти скорость плота, если в поселок лодка и плот прибыли одновременно.

*ЕГЭ-2010 (В12).* Лодка в 9 часов вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от пункта А. Пробыв в пункте В 45 мин, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 16 часов того же дня. Определить (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость лодки 5 км/ч.

*ГИА-2010 (№11).* Скорость мотоциклиста на 36 км/ч больше скорости велосипедиста. Расстояние от города до поселка велосипедист проезжает за 6 ч, а мотоциклист за 2 ч. Какова скорость мотоциклиста? (*Примите скорость мотоциклиста за x км/ч. Какое уравнение соответствует условию задачи? 1)* $2x = 6(x+36)$*; 2)* $6x = 2(x+36)$*; 3)* $2x = 6(x-36)$*; 4)* $6x = 2(x-36)$ ).

Здесь необходимо отметить, что процедура отбора упражнений является важным элементом планирования урока и для построения эффективной системы упражнений необходимо заранее проанализировать предлагаемые учащимся упражнения, чтобы построить их в четкую последовательность, как бы ведущую ученика по «цепочке знаний».

Проведем анализ различных типов задач на движение, а затем попытаемся сформулировать принципы, по которым можно было бы построить математические упражнения, позволяющие с максимальной эффективностью достичь указанных выше программных целей.

---

[3] Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев: Математика. 5 - 11 классы. / Сост. Г.М. Кузнецова, Н.Г. Миндюк. – М.: Дрофа, 2002. - С. 12 - 13.

Любой (в рассматриваемом смысле) физический процесс характеризуется тремя величинами: как быстро он протекает, как долго он длится, как много при этом произойдет. Применительно к решению задач по алгебре на движение «как быстро» - скорость, «как долго» - время, «как много» - путь или расстояние.

Можно выделить следующие виды задач на движение:

1. Простейшие задачи на вычисление компонентов движения;
2. Задачи на совместное движение двух и более тел;
3. Движение по воде;
4. Движение по окружности.

### *Простейшие задачи на вычисление компонентов движения*

Основными компонентами в задачах на движение являются: пройденный путь ($s$), скорость ($v$) и время ($t$). Зависимость между этими величинами выражается формулой:

$$s = v\,t.$$

Практические советы, которые обычно помогают учащимся справиться с решением задачи:

1. Записываем формулу-ключ: $s = v\,t$.
2. Определяемся с переменной, расписываем через нее все данные. Особое внимание обращаем на величины, входящие в формулу-ключ: путь, скорость, время. Эти величины – основа решения задач на движение. Стараемся снять всю возможную информацию с задачи.
3. До составления уравнения, приводим (если надо) все величины задачи к единым единицам измерения.
4. Записываем уравнение. Если никак не записывается, читаем задачу. Скорее всего, вы использовали не все данные из задачи или не увидели в тексте подсказки. Она, подсказка, всегда есть.
5. Решаем уравнение. При получении двух корней – за ответ берём корень, соответствующий условию задачи.

И ещё один полезный совет. При решении задач на движение полезна наглядная интерпретация (рисунок). Чаще всего это нужно делать в задачах, где кто-то кого-то догоняет, встречается, или движется между пунктами $A$ и $B$ туда и обратно… Рисуем пункты $A$ и $B$, отмечаем точки встречи, остановок и т.п. На рисунке сразу видно, какие отрезки пути можно рассмотреть. Рисунок облегчает составление математической модели, воспитывает и тренирует способность к рассуждениям.

Необходимо оговорить следующие допущения при решении задач на движение: Движение считается равномерным, скорость – величина положительная, изменение направления движения и переходы на новый режим движения происходят мгновенно.

Рассмотрим задачи.

<u>*Задача 1*</u>. Пешеход проходит 4 км за такое же время, за которое велосипедист проезжает 10 км. Найти это время, если скорость пешехода на 6 км/ч меньше скорости велосипедиста.

Решение.

<u>I способ.</u> Искомое время обозначим через $t$ (ч). Тогда из формулы $v = \frac{s}{t}$, $v_{вел.} = \frac{10}{t}$ км/ч, а $v_{пеш.} = \frac{4}{t}$ км/ч. Т.к. $v_{пеш.}$ - $v_{пеш.}$ = 6, то составляем уравнение: $\frac{10}{t} - \frac{4}{t} = 6$.

Решив это уравнение, получим $t$ = 1. Т.о. скорость пешехода равна 4 км/ч, а скорость велосипедиста – 10 км/ч.

II способ. Пусть $v$ (км/ч) – скорость пешехода, тогда скорость велосипедиста ($v$ + 6) км/ч. По формуле $t = \frac{s}{v}$ искомое время $t = t_{пеш.} = t_{пеш}$. Составим уравнение

$$\frac{10}{v+6} = \frac{2}{v}.$$

Решив уравнение, найдем $v$ = 4, $t$ = 1.

Ответ: 1ч, 4 км/ч, 10 км/ч.

*Задача 2.* Один из лыжников прошел расстояние 20 км на 20 мин быстрее, чем другой. Найдите скорость каждого лыжника, зная, что один из них двигался со скоростью на 2 км/ч большей, чем другой.

Решение.

| | $v$, км/ч | $t$, ч | $s$, км |
|---|---|---|---|
| 1-ый лыжник | $x$ | | 20 |
| 2-ой лыжник | $x$+2 | на 20 мин быстрее | 20 |

Переводим время в часы: 20 мин = $\frac{1}{3}$ ч. Т.к. $t_1 - t_2 = \frac{1}{3}$, то

$$\frac{20}{x+2} - \frac{20}{x} = \frac{1}{3}.$$

Решив уравнение, найдем x = 10. Т.о. скорость 1-го лыжника 10 км/ч, скорость второго – 12 км/ч.

Ответ: 10 км/ч и 12 км/ч.

*Задача 3.* Из пункта $A$ в пункт $B$ одновременно отправились три машины друг за другом с интервалом в 1 ч. Скорость первой машины 50 км/ч, скорость второй - 60 км/ч. Найти скорость третьей машины, если известно, что она догнала первые две машины одновременно.

Решение. Выполним рисунок-схему. Отметим пункт отправления $A$, назначения $B$ и пункт $C$ – место встречи всех трех машин.


Обозначим через $x$ ч время, за которое первая машина доехала до пункта С. Тогда вторая машина прибыла в С через (x - 1) ч, а третья – через (x - 2) ч.

| | $v$, км/ч | $t$, ч | $s$, км |
|---|---|---|---|
| 1-ая машина | 50 | $x$ | $AC$ |
| 2-ая машина | 60 | ($x$ - 1) | $AC$ |
| 3-ья машина | ?, $v$ | ($x$ - 2) | $AC$ |

$AC = 50x = 60(x - 1) = v(x - 2)$.

Из равенства $50x = 60(x - 1)$ найдем $x = 6$.

Из равенства $AC = 50x$ найдем $AC$ = 300 км.

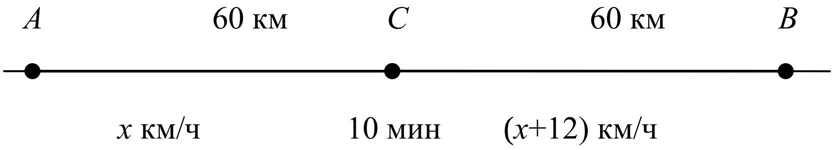
Из равенства $50x = 60(x - 1)$ найдем $v$ =75 км/ч.

Ответ: 75 км/ч.

*Задача 4.* На середине пути между станциями $A$ и $B$ поезд был задержан на 10 мин. Чтобы прийти в $B$ по расписанию, машинист увеличил скорость поезда на 12 км/ч. Найти первоначальную скорость поезда, если известно, что расстояние между станциями равно 120 км.

Решение.

I способ. Из условия следует, что если бы поезд следовал после остановки с прежней скоростью, то затратил бы на 10 мин = 1/6 ч больше, чем планировалось по расписанию. Т.к. $AB$ = 120 км, то $AC$ = $CB$ = 60 км.




Пусть $x$ км/ч первоначальная скорость поезда. Тогда $t_{по\ расп.} = \frac{60}{x}$, $t_{фактич.} = \frac{60}{x+12}$.

Т.к. $t_{по\ расп.} - t_{фактич.} = \frac{1}{6}$, то

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+12} = \frac{1}{6}.$$

Решив уравнение, найдем $x$ =60.

Ответ: 60 км/ч.

II способ. Составим таблицу:

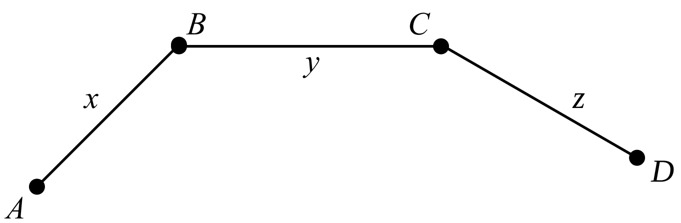
| | $v$, км/ч | $t$, ч | $s$, км |
|---|---|---|---|
| По расписанию | $x$ | на 10 мин больше | 60 |
| Фактически | $x$+12 | | 60 |

Составив такое же уравнение, получим ответ.

Ответ: 60 км/ч.

*Задача 5.* Дорога от лагеря до пристани длиной 23 км идет сначала в гору, затем по ровному участку, а потом – под гору. Пешеход, совершая этот путь, затратил 5 ч 48 мин, а на обратный путь – 6 ч 12 мин. Скорость его движения в гору – 3 км/ч, по ровному участку – 4 км/ч, а под гору – 5 км/ч. Найти длину ровного участка пути.

Решение. Выполним рисунок-схему.




Пусть $x$, $y$, $z$ – длины участков дорог. По условию их общая длина равна 23 км, тогда

$$x + y + z = 23. \qquad (1)$$

Два других уравнения составим исходя из времени, затраченного пешеходом на путь из $A$ в $D$ и на путь из $D$ в $A$:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 5{,}8;$$

$$\frac{z}{3} + \frac{y}{4} + \frac{x}{5} = 6{,}2.$$

Сложив почленно последние два равенства, получим выражение:

$$\frac{8}{15}(x + z) + \frac{y}{2} = 12. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\frac{8}{15}(23 - y) + \frac{y}{2} = 12.$$

Откуда $y = 8$.
Ответ: 8 км.

***Задачи на совместное движение двух и более тел***

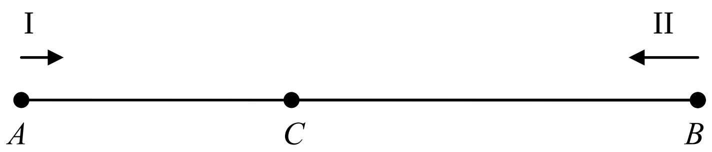
При решении задач на совместное движение двух и более тел уместно напомнить учащимся следующие утверждения:

1. При встречном движении тела сближаются со скоростью $v_1 + v_2$ . Расстояние, пройденное за время t, находится по формуле $s = (v_1 + v_2)t$.
2. При движении в противоположных направлениях тела удаляются друг от друга со скоростью $v_1 + v_2$.
3. При движении вдогонку расстояние между ними может как увеличиваться, так и уменьшаться со скоростью $|v_1 - v_2|$.
4. Расстояния, пройденные этими телами за одно и то же время, пропорциональны их скоростям.

_Задача 1_. Из пунктов $A$ и $B$, расстояние между которыми 210 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. После встречи один из них был в пути еще 2 ч, а другой $\frac{9}{8}$ ч. Найти скорости автомобилей.

Решение. Пусть $x$ (км/ч) и у (км/ч) – соответственно скорости первого и второго автомобилей.

Выполним рисунок.




Т.к. первый автомобиль после встречи в С должен проехать расстояние $CB$ за 2 ч, $CB = 2x$, аналогично $CA = \frac{9}{8}y$. Составим уравнение: $2x + \frac{9}{8}y = 210$.

До встречи автомобили затратили одинаковое время, поэтому $\frac{AC}{x} = \frac{BC}{y}$ или

$\frac{9y}{x} = \frac{2x}{y}$, откуда $9y^2 = 2x^2$ или $3y = 4x$.

Решаем систему уравнений:
$$\begin{cases} 3y = 4x, \\ 2x + \frac{9}{8}y = 210. \end{cases}$$

Решив ее, найдем $x = 60$, $y = 80$.
Ответ: 60 км/ч, 80 км/ч.

*Задача 2.* Из деревни в город, находящийся на расстоянии 72 км, отправился велосипедист. Спустя 15 мин навстречу ему из города выехал другой велосипедист, проезжающий в час на 2 км/ч больше первого. Найти, с какой скоростью ехал каждый велосипедист, если они встретились в середине пути.

Решение. Составим таблицу:

| | $v$, км/ч | $t$, ч | $s$, км |
|---|---|---|---|
| I вел. | $x$ | на 15 мин больше | 36 |
| II вел. | $x+2$ | | 36 |

Т.к. разница во времени $t_1$-$t_2$ составляет 15 мин = $\frac{1}{4}$ ч, то составим уравнение:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+2} = \frac{1}{4},$$

решив которое найдем $x = 16$. Т.о. скорость I велосипедиста 16 км/ч, скорость II – 18 км/ч.
Ответ: 16 км/ч, 18 км/ч.

*Задача 3.* Два пешехода идут навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 30км. Если первый пешеход выйдет на 2 ч раньше второго, то встреча произойдет через 2,5 ч после выхода второго пешехода. Если же второй выйдет раньше первого на 2 ч, то они встретятся через 3 ч после выхода первого пешехода. С какой скоростью идет каждый пешеход?

Решение. Пусть $x$ (км/ч) и $y$ (км/ч) – соответственно скорости первого и второго пешеходов. Из условия задачи вытекает: если первый пешеход выйдет раньше на 2 ч, то он будет находится в пути 4,5 ч, а второй 2,5 ч. Если же второй выйдет раньше, на 2 ч, то он затратит 5 ч, а первый – 3 ч. Тогда составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 4{,}5x + 2{,}5y = 30, \\ 3x + 5y = 30, \end{cases}$$

решив которую, найдем $x = 5$, $y = 3$.
Ответ: 5 км/ч, 3 км/ч.

*Задача 4.* Из пунктов $A$ и $B$, расстояние между которыми равно 40 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода. Через 4 ч им осталось пройти до встречи 4 км. Если бы из пункта $A$ пешеход вышел на 1 ч раньше, то встреча произошла бы на середине пути. С какой скоростью шел каждый пешеход.

Решение. Пусть $x$ (км/ч) и $y$ (км/ч) – соответственно скорости первого и второго пешеходов. За 4 ч они проделали путь 36 км. Если бы первый вышел на 1 ч раньше, то он находился бы в пути 5 ч и прошел бы путь, одинаковый со вторым пешеходом. Т.о. составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 4x + 4y = 36, \\ 5x = 4y, \end{cases}$$

решив которую, найдем $x = 4$, $y = 5$.
Ответ: 4 км/ч, 5 км/ч.

*Задача 5.* Из пункта $A$ в пункт $B$, расстояние между которыми равно 18 км, вышли одновременно два туриста. Один из них прибыл в $B$ на 54 мин позже другого. Найти скорость каждого туриста, если скорость одного из них на 1 км/ч меньше скорости другого.

Решение. Пусть $x$ (км/ч) и y (км/ч) – соответственно скорости первого и второго туристов.

Составим таблицу:

| | $v$, км/ч | $t$, ч | $s$, км |
|---|---|---|---|
| I турист | $x$ | на 54 мин больше | 18 |
| II турист. | $x$+1 | | 18 |

Т.к. разница во времени $t_1$ - $t_2$ составляет 54 мин = $\frac{9}{10}$ ч, то составим уравнение:

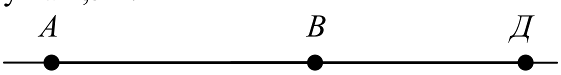
$$\frac{18}{x} - \frac{18}{x+1} = \frac{9}{10},$$

решив которое найдем $x$ = 4. Т.о. скорость I туриста 4 км/ч, скорость II – 5 км/ч.

Ответ: 4 км/ч, 5 км/ч.

*Задача 6.* Первый турист, проехав 1,5 часа на велосипеде со скоростью 16 км/ч, делает остановку на 1,5 ч, а затем продолжает путь с первоначальной скоростью. Четыре часа спустя после отправки в дорогу первого туриста вдогонку ему выезжает на мотоцикле второй турист со скоростью 56 км/ч. Какое расстояние они проедут, прежде чем второй турист догонит первого?

Решение. Из условия ясно, что первый турист вышел в путь на 4 ч раньше второго. В точке $B$ он сделал остановку на 1,5 ч.




Второй турист догнал первого в точке $Д$. Чтобы проехать это расстояние $АД$, первый турист затратил больше времени, чем второй, на 2,5 часа (4 - 1,5 = 2,5).

Пусть x - расстояние (в км) от $A$ до $Д$. Тогда:

$t_1 = \frac{x}{16}$ (ч) - время, за которое первый турист проезжает расстояние $АД$.

$t_2 = \frac{x}{56}$ (ч) - время, за которое второй турист проезжает расстояние $АД$.

$t_1 - t_2 = 2{,}5$ ч.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{x}{16} - \frac{x}{56} = 56,$$

x = 56 км.

Ответ: 56 км.

***Задачи на движение по воде***

При движении тел по водному пути помним о следующих утверждениях:

Скорость в стоячей воде есть то же самое, что и собственная скорость.

$v_{по\ теч} = v_{соб} + v_{теч}$ и $v_{пр.\ теч} = v_{соб} - v_{теч}$.

Скорость плота равна скорости течения реки.

<u>*Задача 1.*</u> Катер прошел 40 км по течению реки и 6 км против течения реки, затратив на весь путь 3 ч. Найти собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

Решение. Пусть $x$ (км/ч) – собственная скорость катера.

Составим таблицу:

| | $v$, км/ч | $t$, ч | $s$, км |
|---|---|---|---|
| По течению | $x$+2 | общее время в пути | 40 |
| Против течения | $x$-2 | 3 ч | 6 |

Уравнение:

$$\frac{40}{x+2} + \frac{6}{x-2} = 3.$$

Решив уравнение, найдем $x$ = 14 или $x = 1\frac{1}{3}$ (не подходит по смыслу задачи).

Ответ: 14 км/ч.

<u>*Задача 2.*</u> От пристани вниз по реке отправилась моторная лодка. На расстоянии 60 км от пристани лодка остановилась, а через 2 ч повернула обратно и вернулась на пристань через 6,5 ч после отплытия с пристани. Найти собственную скорость лодки, если скорость течения реки 3 км/ч.

Решение. Пусть $x$ (км/ч) – собственная скорость лодки.

Составим таблицу:

| | $v$, км/ч | $t$, ч | $s$, км |
|---|---|---|---|
| По течению | $x$+3 | общее время в пути | 60 |
| Против течения | $x$-3 | (6,5-2)=4,5 | 60 |

Уравнение:

$$\frac{60}{x+3} + \frac{60}{x-3} = 4{,}5.$$

Решив уравнение, найдем $x$ = 27 или $x = -\frac{1}{3}$ (не подходит по смыслу задачи).

Ответ: 27 км/ч.

<u>*Задача 3.*</u> Турист проплыл на байдарке 25 км по озеру и 9 км против течения реки за то же время, какое ему потребовалось для того, чтобы проплыть по течению реки 56 км. Найти скорость байдарки в стоячей воде, если скорость течения реки 2 км/ч.

Решение. Пусть $x$ (км/ч) – собственная скорость байдарки (скорость в стоячей воде). Время, затраченное на путь по озеру равно $\frac{25}{x}$ ч, на путь против течения реки - $\frac{9}{x-2}$ ч, на путь по течению реки $\frac{56}{x+2}$ ч. Т.к. $t_{по\ оз} + t_{пр.\ теч} = t_{по\ теч}$, то составим уравнение:

$$\frac{25}{x} + \frac{9}{x-2} = \frac{56}{x+2},$$

решив которое, найдем $x = 5$ и $x = \frac{10}{11}$ (не подходит по смыслу задачи).

Ответ: 5 км/ч.

<u>*Задача 4.*</u> Пароход плывет из Казани в Саратов в течение двух суток, а обратно – в течение трех суток. Сколько времени плывет плот из Казани в Саратов?

Решение. Фактически, в задаче требуется найти скорость течения реки.

Пусть $s$ (км)– расстояние от Казани до Саратова, $x$ (км/ч) – скорость парохода в стоячей воде, $y$ (км/ч) – скорость течения. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{s}{x+y} = 2, \\ \dfrac{s}{x-y} = 3. \end{cases}$$

Т.к. время, затраченное плотом на путь Казань-Саратов, выражается отношением $\frac{s}{y}$, то выразив это отношение из системы, найдем, что $\frac{s}{y} = 12$.

Ответ: 12 суток.

<u>*Задача 5.*</u> Турист проплыл в лодке по реке из города $A$ в город $B$ и обратно, затратив на весь путь 10 ч. Расстояние между городами равно 20 км. Найти скорость течения реки, зная, что турист проплавал 2 км против течения реки за такое же время, как 3 км по течению.

Решение. Пусть $x$ (км/ч) – скорость течения реки, $y$ (км/ч) – скорость лодки в стоячей воде. Используя условия задачи, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{20}{y+x} + \dfrac{20}{y-x} = 10, \\ \dfrac{2}{y-x} = \dfrac{3}{y+x}. \end{cases}$$

Для решения системы удобно ввести замену $\frac{1}{y+x} = a$, $\frac{1}{y-x} = b$.

$$\frac{2}{5}x + \frac{2}{5}y = 14.$$

Решим систему:

$$\begin{cases} 20a + 20b = 10, \\ 2a = 3b. \end{cases}$$

Получим $a = \frac{1}{5}$, $b = \frac{3}{10}$, тогда $x = \frac{5}{6}$.

Ответ: $\frac{5}{6}$ км/ч.

*Задачи на движение по окружности*

При решении задач на движение по окружности, имеем в виду:

Если тело движется по окружности неизвестной длины, то пройденное расстояние измеряется в угловых градусах.

Если два тела движутся по окружности в противоположных направлениях, то время между их встречами можно вычислить по формуле:

$$t = \frac{2\pi R}{u+v}, \qquad (1)$$

где $R$ радиус окружности, $u$ и $v$ –скорости движущихся тел.

Если тела движутся в одном направлении (вдогонку), $u > v$, то время между встречами вычисляется по формуле:

$$t = \frac{2\pi R}{u-v}. \qquad (2)$$

<u>*Задача 1.*</u> В двенадцать часов часовая и минутная стрелки часов совпадают. Когда они совпадут в следующий раз?

Решение. Пусть длина окружности циферблата $s$ (м). Минутная стрелка движется со скоростью s (м/ч), а секундная $\frac{st}{12}$ (м/ч). За время $t$ (ч) минутная стрелка прошла путь $st$, а часовая - $\frac{st}{12}$. За данное время минутная стрелка прошла путь на 12 ч больше, чем часовая. Составим уравнение $st - \frac{st}{12} = s$.

Решим уравнение и найдем $t = 1\frac{1}{11}$.

Ответ: стрелки совпадут, когда часы будут показывать $1\frac{1}{11}$ ч.

<u>*Задача 2*</u>. По окружности движутся два тела; первое пробегает окружность на 5 сек. скорее второго. Если они движутся по одному направлению, то сходятся через каждые 100 с. Какую часть окружности (в градусах) пробегает каждое тело в 1 сек.?

Решение. Пусть в 1 сек. первое тело пробежит x градусов, а второе y градусов. Из первого условия находим

$$\frac{360}{y} - \frac{360}{x} = 5.$$

Каждую секунду расстояние между телами (по дуге) увеличивается на ($x$-$y$) градусов. За время, протекающее от одного схождения до следующего (т. е. за 100 с) расстояние должно увеличиться на 360°.

Поэтому

$100(x-y) = 360$.

Полученная система имеет два решения $x_1 = 18$; $y_1 = 14{,}4$; $x_2 = -14{,}4$, $y_2 = -18$. Оба они годятся, но физический смысл их один и тот же (меняются только номера тел и направление движения).

Ответ: 18°; 14°24.

<u>*Задача 3.*</u> Два тела, двигаясь по окружности в одном и том же направлении, сходятся через каждые 56 мин. Если бы они двигались с теми же скоростями в противоположных направлениях, они встречались бы через каждые 8 мин. При движении в противоположных направлениях расстояние (по окружности) между сближающимися телами уменьшилось бы с

40 м до 26 м за 24 сек. Сколько метров в минуту проходит каждое тело и какова длина окружности?

Решение. Обозначим скорость одного тела через $x$ (м/мин), а скорость другого – $y$ (м/мин). Положим, что $x > y$. Пусть тела движутся в одном направлении и сходятся в некоторой точке $A$. Пусть ближайшая следующая встреча происходит в точке $B$ (заранее не исключается, что точка $B$ совпадает с точкой $A$; это будет, например, в случае, если скорость первого тела вдвое больше скорости второго; в этом случае до ближайшей встречи первое тело сделает два полных оборота, а второе - один).

На пути от $A$ к $B$ (этот путь может для одного тела или для обоих перекрывать сам себя) второе тело отстает от первого, и в момент ближайшего совпадения отставание составит длину полной окружности. Так как между двумя ближайшими соединениями тел протекает 56 мин., за которые первое тело проходит $56x$ м, а второе $56y$ м, то длина окружности равна $56x - 56y$.

Пусть теперь тела движутся в противоположных направлениях. Тогда пути, пройденные ими за время, протекающее между двумя ближайшими встречами, т. е. за 8 мин., в сумме составят длину окружности. Следовательно, длина окружности равна $8x + 8y$. Имеем уравнение:

$$56 – 56y = 8x + 8y.$$

В условии задачи сказано далее, что за 24 с, расстояние между ними уменьшилось на 40 - 26 = 14 (м). За эти 24 с. тела не встречались; поэтому уменьшение расстояния равно сумме путей, пройденных телами за 24 с = $\frac{2}{5}$ мин. Получаем второе уравнение:

$$\frac{2}{5}x + \frac{2}{5}y = 14.$$

Решив систему уравнений

$$\begin{cases} 56 – 56y = 8x + 8y, \\ \frac{2}{5}x + \frac{2}{5}y = 14, \end{cases}$$

найдем $x = 20$ м/мин, $y = 15$ м/мин.

Отв. 20 м/мин; 15 м/мин; 280 м.

### *Подобные задачи*

Задачи, для решения которых применяется формула вида $s = v\,t$ ($a = в\,с$ и т.п.) широко распространены в школьной математике. В частности, это задачи по теме «Решение текстовых задач с помощью уравнений», задачи на производительность труда или, так называемые, задачами на «работу». Особенностью задач последнего типа часто является сложный сюжет, который не всегда легко переводится на язык чисел. В этих задачах можно произвести замену понятия пройденного пути на объем выполненной работы, скорости движения – на производительность, и т.д.

В задачах на «совместный труд», используются величины:

объём работы (если он неизвестен и не является искомым, то, возможно, принимается за 1);

время выполнения работы;

скорость выполнения работы (производительность труда, т.е. объём работы, выполняемый за единицу времени).

2. Для решения таких задач необходимо:

1) Определить скорость работы (производительность труда) каждого объекта $v_1$, $v_2$, $v_3$ и т.д.

2) Определить общую скорость выполнения работы $v_{общ.} = v_1 + v_2 + \ldots;$

3) Найти общее время совместной работы $t_{общее} = \frac{объём\ \ работы}{v_{общая}}$.

*Задача 1.* Одна бригада может убрать поле за 12 дней. Другой бригаде для выполнения той же работы нужно 75% этого времени. После того как в течение 5 дней работала только первая бригада, к ней присоединилась вторая, и обе вместе закончили работу. Сколько дней работали бригады вместе?

Решение: $t_1$ = 12 дней. Так как $t_2$ равно 75% от времени работы первого, то:
$t_2$ = 0,75 · 12 = 9 дней.

Производительность первой бригады равна: $v_1 = \frac{1}{12}$.

Если первая бригада работала 5 дней, то она выполнила объём работы

$A_1 = \frac{1}{12}\ 5 = \frac{5}{12}$.

Осталось выполнить $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$.

Когда подключилась вторая бригада, производительность стала:

$v_{1+2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{9}$.

Пусть время их совместной работы равно $t$. Тогда получаем равенство для нахождения оставшейся части работы:

$(\frac{1}{12} + \frac{1}{9})\ t = \frac{7}{12}$.

Решив полученное уравнение, найдем $t$ = 3.
Значит, вместе бригады работали 3 дня.
Ответ: 3 дня.

*Задача 2.* Два каменщика, работая вместе, могут выполнить задание за 12 часов. Производительности труда первого и второго каменщиков относятся как 1:3. Каменщики договорились работать поочерёдно. Сколько времени должен проработать первый каменщик, чтобы это задание было выполнено за 20 часов?

Решение. Первый тратит на всю работу, работая один, $3x$ (ч), а второй $x$ (ч),тогда первый за час выполняет $\frac{1}{3x}$ часть работы, а второй $\frac{1}{x}$ часть.

Вдвоём за час они делают $\frac{1}{3x} + \frac{1}{x} = \frac{4}{3x}$ (по усл. $\frac{1}{12}$ её часть).

Решая уравнение $\frac{4}{3x} = \frac{1}{12}$, находим x = 16.

Итак, первый за час выполняет $\frac{1}{48}$ часть работы, а второй $\frac{1}{16}$ часть.

Первый за t ч выполнит $\frac{t}{48}$ работы, а второй за (20-$t$) ч $\frac{20-t}{16}$ работы.

Решая уравнение $\frac{t}{48} + \frac{20-t}{16} = 1$, находим $t$ = 6.

Первый каменщик проработает 6 часов, второй - 14 часов.
Ответ: 6 ч.

Выводы из анализа видов задач.

1. Большой класс математических задач может быть сведен к решению уравнений вида *а* = *в с* или формул более сложного вида, а также к решению систем таких уравнений.

Это:

- задачи, следующие из математических формул (например, формулы сокращенного умножения; решение треугольников, геометрических фигур и др.),
- практические задачи - задачи с экономическим содержанием, на количество и т.п.;
- задачи, описывающие физические процессы;
- задачи на проценты;
- задачи на растворы, смеси, сплавы.

2. Целью решения таких задач является нахождение неизвестной величины (нескольких величин) из других известных величин путем прямого решения по известной формуле или по формуле, получаемой в ходе решения с помощью математических преобразований.
3. Обучение решению задач этого класса может быть построено на описанных ниже *принципах построения эвристической системы упражнений*.

## 2. Принципы построения системы упражнений

Как мы увидели из предыдущего анализа, характерной особенностью рассматриваемого класса задач является их решаемость «по формуле» и выраженная практическая направленность. Поэтому очевидно, что для формирования у учащегося необходимой суммы знаний и твердых навыков их решения нужно:

- подвести учащегося к пониманию сути происходящего в задаче, и/или получить рефлекторную связь его личных знаний, жизненного опыта с описываемым в задаче случаем;
- сформировать связь, добиться устойчивой ассоциативной привязки величин и событий, описываемых в задаче, с обозначениями этих величин и математической формулой описывающей эти события;
- сформировать навык «узнавания задачи» в разных видах ее изложения и приведения данного вида задачи к «известному».

Как выше уже указывалось, сущность *эвристического* подхода заключается в том, что учитель вовлекает учащихся в процесс «открытия» различных факторов, самостоятельной формулировке целей, исследования способов их достижения. При этом учитель конструирует упражнения, их последовательность и направление, намечает шаги поиска, а сами шаги выполняет ученик. Через упражнения учащиеся приходят к ознакомлению с фактами, твердому усвоению понятий, умений.

Упражнения используются при изучении различных приемов, при поэлементном овладении умениями. С помощью упражнений осуществляется разбивка математического текста на небольшие фрагменты, их самостоятельное изучение учащимися, контроль за усвоением материала. Учитель разрабатывает такую систему вопросов к учащимся, использование которой ведет к достижению цели.

Разработанная *эвристическая* система упражнений построена с учетом вышеописанных идей на основе очень простых и естественных принципов перехода по сложности от одного упражнения к другому:

***1) сначала переход по сложности происходит «по горизонтали» – от наиболее стандартного примера к нему же, но видоизмененному;***
***2) затем от одной исходной постановки задачи (с одним набором исходных данных) к ее инварианту;***
***3) и лишь затем по сложности двигаемся «по вертикали», где процесс повторяется.***

Эти принципы оказались достаточно универсальными и хорошо применимыми для получения практических результатов в учебном процессе (см. далее).

## 3. Апробация методики и полученные результаты

***Апробация***

Указанные выше принципы построения *эвристической* системы упражнений оказались достаточно универсальными, что позволило применить их в разных областях учебного процесса. В частности, при построении упражнений для повседневной учебной деятельности, разработки методических материалов, создания и систематизации подборок дидактических материалов и при создании базы цифровых образовательных ресурсов (далее ЦОР). Материалы, представленные в этой разработке, прошли многочисленные апробации.

1. С 2007-08 г по 2009-10 учебные годы, мною были подготовлены 3 выпускных класса, в которых я вела занятия в соответствии с учебным планом и моей методикой по 2 года - 10-11 классы. Также каждый год в каждом классе я читала разработанный мной в 2007 году элективный курс «Параметры в школьном курсе математики». Результаты ЕГЭ этих учащихся представлены ниже.
2. Также эта методика апробирована на открытых уроках:
   - Урок «Решение задач на движение» в 7 классе;
   - Урок «Решение задач с помощью рациональных уравнений» в 8 классе;
   - Урок «Решения задач на движение и работу» в 9 классе;
   - Урок «Метод оценки в решении задач» в 11 классе;
   - Урок «Однородные уравнения 2-ой степени» в 11 классе.

   Материалы уроков даны в Приложении 1 и приложены к оригиналу разработки на CD диске (см. Приложение 2).
3. Подготовленные с учетом данной методики тесты «Задачи на движение и работу» опубликованы в «Сборнике тестов для подготовки к итоговой аттестации по новой форме за курс основного общего образования». – Чебоксары, 2009. - 180 с. (Сборник прилагается к оригиналу разработки).
4. Разработан элективный курс «Параметры в школьном курсе математики», задачи к которому подобраны с учетом описанной методики. Этот курс опубликован в Интернет на сайте ЧРИО по адресу http://gov.cap.ru/home/121/raznoe/end/mathematics/морушкина%20в.в..doc
5. На базе этой методики создана база ЦОРов (см Приложение 2). Материалы из этой базы периодически публикую в Интернет на сайте «Школьная математика» по адресу http://school-math.narod2.ru/, а также приложены к оригиналу разработки на CD диске.

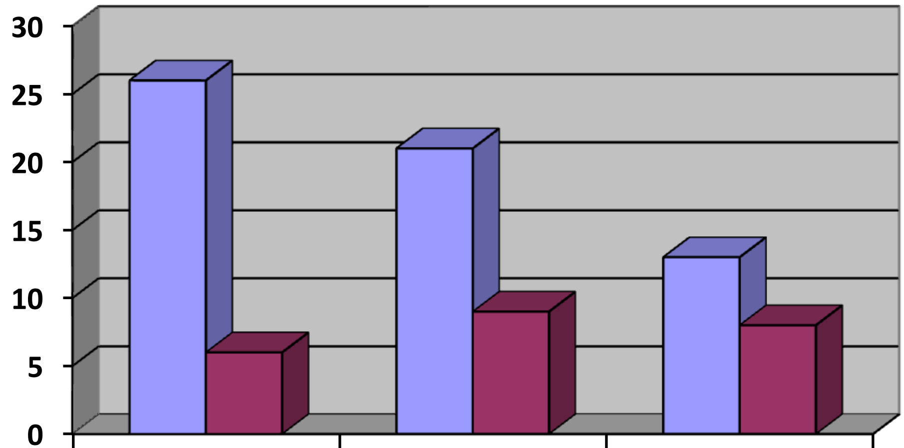
***Полученные результаты***

Описываемую *эвристическую* систему я разрабатывала в течение ряда лет и в полной мере начала применять в последние три года. Важной особенностью данной методики стала ее применимость для получения устойчивого усвоения материала у учащихся с низкой и средней степенью математической подготовки и в классах с разным уровнем исходной подготовки. С 2007-08 г по 2009-10 учебные годы, мною были подготовлены три выпускных класса, где я вела занятия по два года (в 10 и 11 классе) в соответствии с учебным планом и представленной методикой.

Результаты решения рассмотренного типа задач, включенных в КИМы ЕГЭ, в этих классах показан на ***диаграмме 4.1***. Общий средний балл по результатам всего ЕГЭ в сравнении с критериями ФИПИ[4], показанный такими учащимися, представлен на ***диаграмме 4.2***. Успеваемость учащихся представлена на ***диаграмме 4.3***. Показатель «Качество знаний» показан на ***диаграмме 4.4***.

Диаграмма 4.1

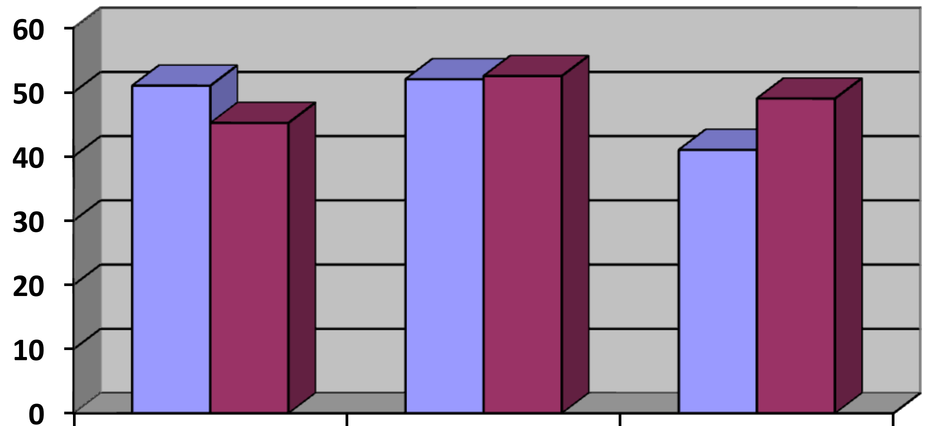
***Количество учащихся, решивших задачу рассмотренного типа на ЕГЭ в сравнении с общим количеством учащихся***




| | 2007-08 г. | 2008-09 г. | 2009-10 г. |
|---|---|---|---|
| Общее количество учащихся | 26 | 21 | 13 |
| Решили задачу | 6 | 9 | 8 |

Диаграмма 4.2

***Средний балл по результатам ЕГЭ за 3 года в сравнении с критерием ФИПИ***

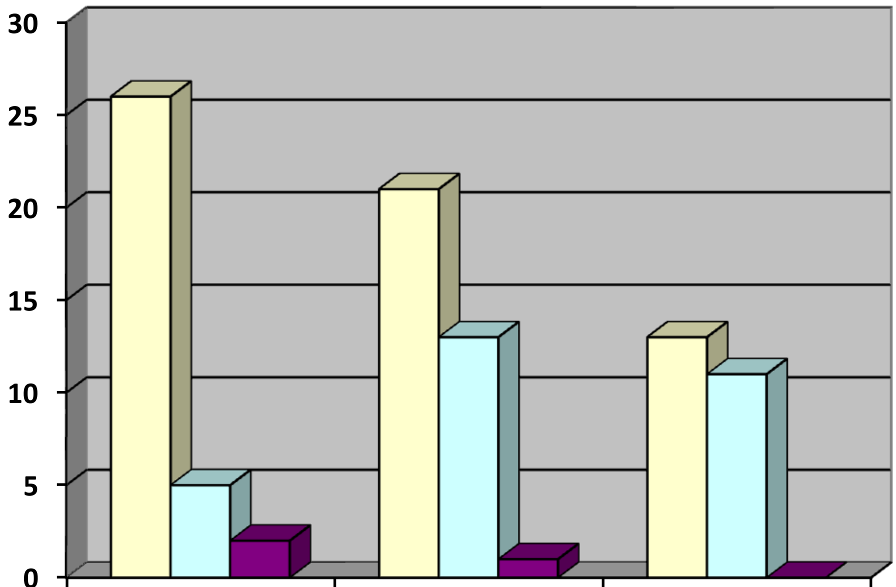



| | 2007-08 г. | 2008-09 г. | 2009-10 г. |
|---|---|---|---|
| Ср. балл ФИПИ | 51 | 52 | 41 |
| Полученный ср. балл | 45,2 | 52,5 | 49 |

[4] Аналитические отчеты Федерального государственного научного учреждения «Федеральный институт педагогических измерений» (ГНУ «ФИПИ») за 2007 - 1010 годы. По материалам официального сайта ФИПИ http://www.fipi.ru/view/sections/138/docs/

Диаграмма 4.3

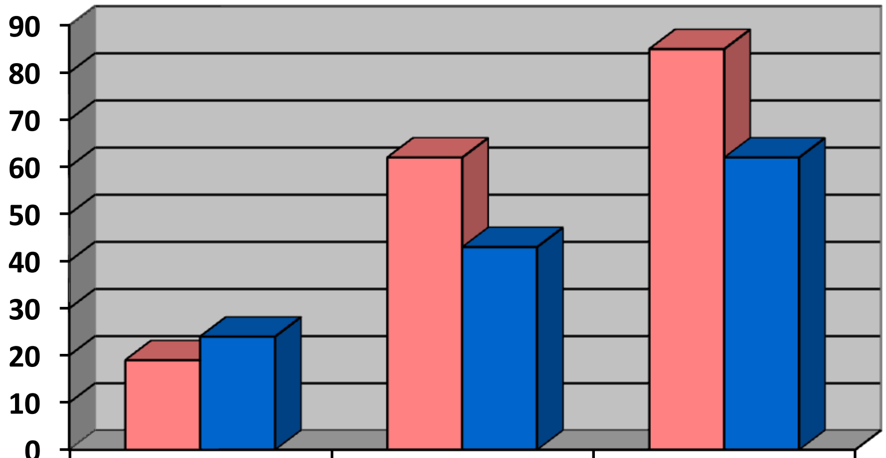
***Успеваемость учащихся по результатам ЕГЭ за 3 года***




| | 2007-08 г. | 2008-09 г. | 2009-10 г. |
|---|---|---|---|
| Общее кол-во учащихся | 26 | 21 | 13 |
| Кол-во учащихся со средним и выше баллом | 5 | 13 | 11 |
| Кол-во учащися с неуд. баллом | 2 | 1 | 0 |

Диаграмма 4.4

***Качество знаний учащихся по результатам решения задачи рассмотренного типа и общим результатам ЕГЭ***




| | 2007-08 г. | 2008-09 г. | 2009-10 г. |
|---|---|---|---|
| Общ. качество знаний, % | 19 | 62 | 85 |
| В т.ч. по задаче рассмотренного типа, % | 24 | 43 | 62 |

Таким образом:

- отмечен рост количества учащихся, решивших на ЕГЭ задачу рассмотренного типа в сравнении с общим количеством учащихся (***см. диаграмму 4.1)***;
- отмечен рост среднего балла в целом, который за 2 последних года превысил границу «среднего уровня математической подготовки» по классификации ФИПИ (***см. диаграмму 4.2)***;
- количество учащихся со средним баллом и выше выросло, а количество учеников, не преодолевших минимальную границу уровня подготовки, сведено к нулю ***(см. диаграмму 4.3)***;
- методика показала хорошую универсальность, т.к. показатель качества знаний вырос как по рассмотренному типу задач, так и в целом ***(см. диаграмму 4.4)***.

**Выводы:**

1. Как видно из диаграмм, достигнут стабильный положительный результат.
2. Важной особенностью описанной методики стала ее применимость для получения устойчивого усвоения материала у учащихся с низкой и средней степенью математической подготовки и в классах с разным уровнем исходной подготовки, в которых проходило обучение.
3. Методика показала хорошую универсальность для построения систем упражнений в разных разделах математики.

## 4. Источники и литература


1. Аналитические отчеты Федерального государственного научного учреждения «Федеральный институт педагогических измерений» (ГНУ «ФИПИ») за 2007 - 2010 годы. По материалам официального сайта ФИПИ http://www.fipi.ru/view/sections/138/docs/.
2. Атанасян Л.С. Геометрия 10 - 11. Учебник для общеобразовательных учреждений. - М.: Просвещение, 2007. - 206 с.
3. Виленкин Н.Я. и др. Математика 5 класс Учебник для общеобразовательных учреждений. - М.: Мнемозина, 2006. – 280 с.
4. Виленкин Н.Я.и др. Математика 6 класс Учебник для общеобразовательных учреждений. - М.: Мнемозина, 2008. - 288 с.
5. Галицкий М.Л. и др. Сборник задач по алгебре. 8 - 9 кл. - М.: Просвещение, 1995. - 271 с.
6. Крамор В.С. Задачи на составление уравнений и методы их решений. - М.: Оникс. Мир и образование, 2009. - 256 с.
7. Кузнецова Л.В и др. Алгебра. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе. - М.: Просвещение, 2007. - 191 с.
8. Лидский В.Б. Задачи по элементарной математике, - М.: Наука, 1973. - 416 с.
9. Макарычев Ю.Н. и др. Алгебра. Учебник для 7 класса общеобразовательных учреждений. М.: «Просвещение», 2007. - 241 с.
10. Макарычев Ю.Н. и др. Алгебра. Учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений. М.: «Просвещение», 2001. - 238 с.
11. Макарычев Ю.Н. и др. Алгебра. Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений. М.: «Просвещение», 2004. - 270 с.
12. Мальцев Д.А., Мальцев А.А., Клово А.Г. Математика. ЕГЭ шаг за шагом. ЕГЭ - 2009. - Ростов н/Д: Издатель Мальцев Д.А.; - М.: НИИ школьных технологий, 2008. - 332 с.
13. Математика. Подготовка к ЕГЭ. Под ред. Лысенко. Ф.Ф. – Ростов-н/Д: Легион М, 2009. - 476 с.
14. Пойа Д. Как решать задачу. - Львов: Журнал «Квантор», 1991. - 216 с.
15. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика. 5 - 11 классы. М.: Дрофа, 2002. - 320 с.
16. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. - М.:Просвещение, 1995. - 215 с.
17. Сборник задач по математике для поступающих во втузы. Под ред. М.И. Сканави Учебное пособие. 6-е, переработанное изд., М.: Высшая школа, 1992. - 240 с.
18. Сборник тестов для подготовки к итоговой аттестации по новой форме за курс основного общего образования. - Чебоксары, 2009. - 180 с.
19. Шевкин А.В. Текстовые задачи: 7 - 11 классы: Учебное пособие по математике. - М.: ТИД «Русское слово - РС». - 2003. - 184 с.
20. Эрентраут Е.Н. Практико-ориентированные задачи как средство реализации прикладной направленности курса математики в профильных школах: Дис. канд. пед. наук: 13.00.02 Екатеринбург, 2005. - 158 с. РГБ ОД, 61:06-13/75.

## 5. Приложения 1

Ниже прилагаются разработанные в соответствии с описанной выше методикой тесты для устной, самостоятельной и итоговой работы, а также материалы уроков по рассматриваемой теме «Задачи на движение» с их применением.

***Задачи на движение и работу.***

***Задачи для устной работы.***

*Вариант 1.*

Пешеход идет со скоростью 4,4 км/ч. Какой путь он пройдет за 2,5 ч?

1) 10 км 2) 11км 3) 9,66 км 4) 1,9 км

Пешеход идет со скоростью 4,8 км/ч. За какое время он пройдет 7,2 км?

1) 1,5 ч 2) 34,56 ч 3) 12 ч 4) 2,4 ч

3. Мотоциклист проехал за 2 ч 97км. С какой скоростью ехал мотоциклист?

1) 48,5 км/ч 2) 194 км/ч 3) 95 км/ч 4) 99 км/ч

4. Скорость течения 2,4 км/ч. Собственная скорость лодки 18,9 км/ч. Определите скорость по течению.

1) 16,5 км/ч 2) 8,25 км/ч 3) 21,3 км/ч 4) 10,65 км/ч

5. Собственная скорость катера 25 км/ч. Скорость по течению реки 28 км/ч. Найдите скорость течения реки.

1) 1,5 км/ч 2) 3 км/ч 3) 53 км/ч 4) 6 км/ч

6. Шаг пешехода равен 0,8 м.Сколько шагов ему надо сделать, чтобы пройти 16 м?

1) 24 2) 2 3) 15 4) 20

*Вариант 2.*

Пешеход идет со скоростью 2,5 км/ч. Какой путь он пройдет за 4,4 ч?

1)10 км 2) 11км 3) 9,66 км 4) 1,9 км

Пешеход за 4,8 ч прошел 7,2 км. Определите его скорость.

1) 1,5 км/ч 2) 34,56 км/ч 3) 12 км/ч 4) 2,4 км/ч

3. За какое время мотоциклист проехал 90 км, двигаясь со скоростью 60 км/ч?

1) 1,5 ч 2) 5,4 ч 3) 3ч 4) 15 ч

4. Скорость течения 2,4 км/ч. Собственная скорость лодки 18,9 км/ч. Определите скорость против течения.

1) 16,5 км/ч 2) 8,25 км/ч 3) 21,3 км/ч 4) 10,65 км/ч

5. Собственная скорость катера 32 км/ч. Скорость по течению реки 35 км/ч. Найдите скорость течения реки.

1) 1,5 км/ч 2) 3 км/ч 3) 53 км/ч 4) 6 км/ч

6. Шаг пешехода равен 0,7 м. Сколько шагов ему надо сделать, чтобы пройти 21 м?

1) 28 2) 300 3) 14 4) 30

### *Задачи для самостоятельной работы.*

*Вариант 1.*

1. Из пунктов $A$ и $B$ выехали навстречу друг другу соответственно автомобиль и велосипедист. Велосипедист проехал до встречи расстояние в 3 раза меньшее, чем автомобиль. На каком расстоянии от $A$ они встретились, если от $A$ до $B$ 80 км?

1) 80 км 2) 60 км 3) 180 км 4) 40 км

2. За 3 ч мотоциклист проезжает то же расстояние, что и велосипедист за 5 часов. Скорость мотоциклиста на 12 км/ч больше скорости велосипедиста. Определите скорость мотоциклиста.

1) 18 км/ч 2) 30 км/ч 3) 36 км/ч 4) 8 км/ч

3. Поезд должен был пройти расстояние между двумя станциями за 4 ч, но был задержан на станции на 30 мин и, чтобы прибыть на следующую станцию по расписанию, машинист увеличил скорость на 10 км/ч. С какой скоростью идет поезд по расписанию?

1) 60 км/ч 2) 70 км/ч 3) 80 км/ч 4) 40 км/ч

4. Расстояние между пристанями $A$ и $B$ равно 96 км. Из пристани $A$ вниз по течению реки отправили плот. Одновременно с этим из пристани $B$ навстречу с плотом отплыла моторная лодка и встретилась с ним через 4 ч. Какова собственная скорость (км/ч) лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч?

1) 20 км/ч 2) 21 км/ч 3) 18 км/ч 4) 24 км/ч

5. Расстояние между двумя пристанями на реке 240 км. Из них одновременно навстречу друг другу отправились два парохода. Собственная скорость каждого равна 20 км/ч. Через сколько часов пароходы встретятся, если скорость течения реки 3 км/ч?

1) 5,5 ч 2) 6 ч 3) 6,5 ч 4) 5 ч

6. Моторная лодка прошла по течению реки 28 км и против течения реки – 25 км. На весь путь она потратила столько времени, сколько бы потратила для прохождения 54 км в стоячей воде. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения 2 км/ч.

1) 10 км/ч 2) 12 км/ч 3) 8 км/ч 5) 15 км/ч

7. Два комбайна убрали поле за 4 дня. За сколько дней мог убрать поле первый комбайн, если ему для выполнения этой работы понадобилось бы на 6 дней меньше, чем второму?

1) 6 2) 2 3) 8 4) 1,3

8. Мастер должен был изготовить 72 детали, а ученик 64 детали. Изготовляя в час на 4 детали больше, чем ученик, мастер выполнил заказ на 2 ч раньше. Сколько деталей в час изготовлял мастер?

1) 8 2) 12 3) 36 4) 32

9. Токарь должен был обработать 120 заготовок к определенному сроку. Усовершенствовав станок, он стал обрабатывать в час на 4 заготовки больше и поэтому выполнил заказ на 1 ч раньше, чем предполагал. Сколько заготовок в час стал изготовлять токарь после усовершенствования станка?

1) 30 2) 48 3) 24 4) 20

10. Одна труба наполняет бассейн за 15 ч, а другая – за 10 ч. За сколько часов две трубы наполнят бассейн, работая совместно?

1) 6 2) 7,5 3) 10 4) 15

*Вариант 2.*

1. Расстояние между пунктами $A$ и $B$ 40 км. Из пункта $B$ выехал велосипедист, а из пункта $A$ навстречу ему автомобиль. Автомобиль проехал до встречи расстояние в 4 раза большее, чем велосипедист. На каком расстоянии от $A$ произошла встреча?

1) 10 км 2) 20 км 3) 32 км 4) 8км

2. За 3 ч мотоциклист проезжает то же расстояние, что и велосипедист за 5 часов. Скорость мотоциклиста на 12 км/ч больше скорости велосипедиста. Определите скорость велосипедиста.

1) 15 км/ч 2) 18к м/ч 3) 30 км/ч 4) 8 км/ч

3. Поезд был задержан в пути на 1 ч. Увеличив скорость на 30 км/ч, он через 3 ч прибыл на конечную станцию точно по расписанию. Чему была равна скорость после задержки?

1) 90 км/ч 2) 120 км/ч 3) 60 км/ч 4) 30 км/ч

4. Расстояние между двумя пристанями на реке равно 63 км. Из одной пристани вниз по течению отправили плот. Одновременно из второй пристани вдогонку за плотом отправили моторную лодку, которая догнала плот через 3 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 3 км/ч.

1) 21 км/ч 2) 22 км/ч 3) 19 км/ч 4) 18 км/ч

5. Расстояние между пристанями $A$ и $B$ равно 84 км. Из пристани $B$ вниз по течению реки отправили плот. Одновременно из пристани $A$ вдогонку за плотом отплыл катер, собственная скорость которого 21 км/ч. Через сколько часов катер нагонит плот, если известно, что скорость течения реки 3 км/ч?

1) 3,5 ч 2) 4 ч 3) 4,2 ч 4) 3,6 ч

6. Пароход прошел по течению реки 48 км и столько же против течения, затратив на весь путь 5 ч. Найдите скорость парохода в стоячей воде, если скорость течения реки 4 км/ч.

1) 12 км/ч 2) 16 км/ч 3) 20 км/ч 4) 24 км/ч

7. Две машинистки, работая совместно, могут перепечатать рукопись за 8 ч. Сколько времени потребовалось бы первой машинистке для выполнения этой работы, если ей необходимо на 12 ч меньше, чем другой?

1) 18 ч 2) 0,3 ч 3) 4 ч 4) 24 ч

8. Две соревнующиеся бригады рабочих должны были изготовить по 240 деталей. Первая бригада изготовляла в день на 8 деталей больше, чем вторая, и в результате выполнила заказ на 1 день раньше второй. Сколько деталей в день изготовляла первая бригада?

1) 40 2) 48 3) 120 4) 30

9. Бригада должна была изготовить 360 изделий к определенному сроку. Изготовляя в день на 4 изделия больше, чем полагалось по плану, бригада выполнила задание на 1 день раньше. Сколько изделий должна была изготовлять бригада?

1) 90 2) 45 3) 36 4) 9

10. Через первую трубу бассейн можно наполнить за 20 ч, а через другую – за 30 ч. За сколько часов наполнят бассейн две трубы?

1) 3 2) 31 3) 32 4) 12

## *Тренажер*

*Вариант 1.*

1. Пешеход идет со скоростью 4,4 км/ч. Какой путь он пройдет за 2,5 ч?

1) 11 2) 6,9 3) 1,9 4) 10

2. Собственная скорость лодки 22,8 км/ч. Скорость лодки против течения 20,2 км/ч. Какое расстояние проплывет лодка за 3,5 ч по течению реки?

1) 43 2) 88,9 3) 79,8 4) 70,7

3. Из пункта $A$ в пункт $B$ выехал велосипедист со скоростью 18,5 км/ч, через 2 ч из $B$ в $A$ выехала автомашина со скоростью 62,5 км/ч и через 0,8 ч встретила велосипедиста. Найдите расстояние между пунктами $A$ и $B$.

1) 44,3 2) 81 3) 118 4) 188

*Вариант 2.*

1. Пешеход идет со скоростью 4,8 км/ч. С какой скоростью он пройдет 7,2 км?

1) 12 2) 2,4 3) 34,56 4) 1,5

2. Собственная скорость лодки 22,8 км/ч. Скорость по течению 24, 4 км/ч. Какой путь пройдет лодка против течения за 2,5 ч?

1) 53 2) 3,5 3) 35 4) 44,7

3. Со станции вышел поезд, который шел со скоростью 65,5 км/ч. Через 2 ч за ним вышел другой поезд, который через 8 ч догнал первый. С какой скоростью шел второй поезд?

1) 80 2) 82 3) 655 4) 393

*Вариант 3.*

1. Мотоциклист проехал за 2,4 ч 97,2 км. С какой скоростью ехал мотоциклист?

1) 41 2) 233,28 3) 40,5 4) 100

2. Скорость лодки по течению 48,4 км/ч. Скорость против течения 42,6 км/ч. Какое расстояние пройдет лодка за 2 ч по озеру?

1) 150 2) 8,7 3) 100 4) 91

3. Из села вышел пешеход со скоростью 4,4 км/ч. Через 3 ч за ним выехал мотоциклист со скоростью 10,4 км/ч. Через какое время мотоциклист догонит пешехода?

1) 2,2 2) 2 3) 6 4) 18

*Вариант 4.*

1 Скорость течения 2,4 км/ч. Собственная скорость лодки 18,9 км/ч. Определите скорость лодки по течению.

1) 16,5 2) 21,2 3) 16,4 4) 21

2. Два велосипедиста, расстояние между которыми 9 км, выехали одновременно навстречу друг другу. Скорость одного 10 км/ч. Найдите скорость другого, если они встретились через 0,4 ч.

1) 12 2) 11 3) 12,5 4) 11,5

3. Из деревни выехала телега со скоростью 8,4 км/ч. Через 3,5 ч вслед за ней выехал всадник со скоростью 25,2 км/ч. Через какое время всадник догонит телегу?

1) 1 2) 2 3) 16,8 4) 1,75

*Вариант 5.*

1. Собственная скорость катера 25,4 км/ч. Скорость по течению реки 28,8 км/ч. Найдите скорость течения реки.

1) 3,4 2) 1,7 3) 3,5 4) 3

2. Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу, когда между ними было 85,32 км. Через 0,6 ч эти поезда встретились. Найдите скорость первого поезда, если скорость второго 68,5 км/ч.

1) 100 2) 73,7 3) 75 4) 73,5

3. Мише надо проехать на велосипеде 800 м. Он в минуту проезжает 160 м. На старте на руль села муха. Затем она полетела до финиша, развернулась, долетела до велосипеда и так летала, пока Миша не пересек финишную черту. Какой путь пролетела муха, если она пролетает в минуту 200 м?

1) 1160 2) 1200 3) 1000 4) 2000

*Вариант 6.*

1. Шаг пешехода равен 0,8 м. Сколько шагов ему надо сделать, чтобы пройти 120 м?

1) 96 2) 100 3) 200 4) 150

2. Теплоход шел 2,4 ч против течения и 3,2 ч по течению реки. Его собственная скорость 45 км/ч, скорость течения реки 3 км/ч. Сколько километров прошел теплоход за все это время?

1) 254,4 2) 268,8 3) 117,6 4) 200

3. Мотоциклист стал догонять велосипедиста, когда между ними было 7,5 км. Через сколько времени мотоциклист догонит велосипедиста, если скорость мотоциклиста 40,5 км/ч, а скорость велосипедиста 10,5 км/ч?

1) 0,5 2) 0,25 3) 1 4) 2

## *Итоговый тест*

<u>*Вариант 1.*</u>

А1. За 7 часов автомобиль проехал 385 км. Какой путь он проедет за 11 часов, двигаясь с той же скоростью?

1) 389 2) 66 3) 35 4) 605

А2. Автомобиль проезжает 700 км за 10 ч. За сколько часов он проедет 350 км?

1) 4 2) 5 3) 7 4) 2,5

А3. Ваня идет со скоростью $v$ км/м. Какой путь пройдет Ваня за $t$ мин ( в м/мин)?

1) $v\,t\,/100$ 2) $v\,t\,/1000$ 3) $1000\,v\,t$ 4) $1000\,v\,/\,t$

А4. Пешеход прошел $S$ км. Составьте выражение для вычисления скорости пешехода, если он был в пути $t$ минут (в м/мин)

1) $1000\,t\,S$ 2) $t\,S$ 3) $t\,S\,/\,1000$ 4) $1000\,S\,/\,t$

А5. Найдите скорость течения реки, если за 5 ч катер прошел по течению 96,5 км, а за 4,8 ч против течения - 81,6 км.

1) 1,7 2) 1,15 3) 7,45 4) 3

А6. Турист ехал на поезде и на теплоходе 605 км. Средняя скорость поезда 60 км/ч, а теплохода 25 км/ч. Сколько времени турист ехал на поезде, если на теплоходе он ехал на 3 ч меньше?

1) 8 2) 10 3) 13,4 4) 12

А7. За 3 ч мотоциклист проезжает то же расстояние, что и велосипедист за 5 ч. Скорость мотоциклиста на 12 км/ч больше скорости велосипедиста. Определите скорость велосипедиста.

1) 1,5 2) 30 3) 6,5 4) 18

А8. Лодка может проплыть расстояние между двумя селениями , стоящими на берегу реки, за 4 ч по течению реки и за 8 ч против течения. Скорость течения реки 2 км/ч. Найдите расстояние между пристанями.

1) 6 2) 8 3) 24 4) 64

А9. Для распечатки 340 страниц были использованы две копировальные машины. Первая машина работала 10 минут, а вторая – 15 минут. Сколько страниц в минуту печатает первая машина, если ее производительность больше, чем у второй машины, на 4 страницы?

1) 16 2) 12 3) 34 4) 13,6

А10. Теплоход, собственная скорость которого 18 км/ч, проходит 50 км по течению реки и 8 км против течения, затратив на весь путь 3 часа. Какова скорость течения реки?

1) 2 2) 12 3) 6 4) 4

В1. Скорый поезд задержался у семафора на 16 минут и ликвидировал опоздание на перегоне в 80 км, идя со скоростью на 10 км/ч больше, чем по расписанию. Определите скорость поезда по расписанию.

В2. Бригада трактористов вспахала поле площадью 672 га. Если бы бригада вспахивала ежедневно на 8 на больше, то закончила бы работу на 2 дня раньше. Сколько гектаров вспахивала тракторная бригада ежедневно?

В3. Путь от поселка до озера идет сначала горизонтально, а потом в гору. Велосипедист, добираясь до озера и обратно, на горизонтальном участке пути ехал со скоростью 12 км/ч, на подъеме – со скоростью 8 км/ч, а на спуске – со скоростью 15 км/ч. Путь от поселка до озера занял у него 1 ч, а обратный путь – 46 мин. Найдите расстояние от поселка до озера.

В4. Пароход должен был пройти 72 км с определенной скоростью. Первую половину пути он шел со скоростью на 3 км/ч меньшей, а вторую – на 3 км/ большей, чем запланировано. На весь путь пароход затратил 5 ч. На сколько минут опоздал пароход?

В5.Две трубы при совместном действии могут наполнить бассейн за 4 ч. Если бы сначала первая труба наполнила половину бассейна, а затем ее перекрыли и открыли вторую, то наполнение бассейна было бы закончено за 9 ч. За сколько часов может наполнить этот бассейн каждая труба в отдельности?

*Вариант 2.*

А1. Мотоциклист ехал 8 часов со скоростью 56 км/ч. С какой скоростью он должен ехать, чтобы на то же расстояние потребовалось 7 часов?

1) 57 2) 64 3) 49 4) 55

А2. Автомобиль проезжает 350 км за 5 ч. За сколько часов он проедет 700 км?

1) 5 2) 10 3) 8 4) 2,5

А3. Один километр Петя проходит за $t$ минут. За сколько минут Петя пройдет $S$ метров?

1) $t\,S$ / 100 2) $t\,S$ / 1000 3) 1000 $t\,S$ 4) 1000 t / $S$

А4. Пешеход прошел $S$ км. Составьте выражение для *вычисления* времени, затраченного пешеходом, если он шел со скоростью $v$ м/мин (в минутах)

1) 1000 $v\,S$ 2) $v\,S$ 3) 1000 $S$ / $v$ 4) $v\,S$ / 1000

А5. Найдите скорость течения реки, если за 7 ч теплоход прошел 201,6 км, а за 13,6 ч против течения - 367,2 км.

1) 82,8 2) 1,4 3) 3,6 4) 1,8

А6. Велосипедист по шоссе ехал со скоростью 14 км/ч, а по грунтовой дороге со скоростью 8 км/ч. Всего он проехал 11,6 км. Сколько времени он ехал по шоссе, если по грунтовой дороге он ехал на 0,2 ч меньше?

1) 1 2) 12 3) 1,5 4) 0,6

А7. За 2 ч грузовая машина проезжает на 20 км больше, чем легковой автомобиль за 1 ч. Скорость легкового автомобиля в 1,5 раза больше скорости грузовика. Определите скорость легкового автомобиля.

1) 60 2) 40 3) 15 4) 10

А8. Лодка проплыла от одной пристани до другой против течения реки за 4 ч. Обратный путь занял у нее 3 ч. Скорость течения реки 1 км/ч. Найдите расстояние между пристанями.

1) 24 2) 7 3) 21 4) 28

А9. Один автомат упаковывает в минуту на 2 пачки печенья больше, чем второй. Первый работал 10 минут, а второй – 20 минут. Всего за это время было упаковано 320 пачек печенья. Найдите производительность автомата, который работает быстрее.

1) 2 2) 10 3) 12 4) 8

А10. Катер прошел 40 км по течению реки и 6 км против течения, затратив на весь путь 3 ч. Какова собственная скорость катера, если скорость течения 2 км/ч?

1) 14 2) 10 3) 12 4) 16

В1. Лыжнику необходимо было пробежать расстояние в 30 км. Начав бег на 3 минуты позже назначенного срока, лыжник бежал со скоростью, больше предполагавшейся на 1 км/ч, и прибежал к месту назначения вовремя. Определите скорость, с которой бежал лыжник.

В2. Бригада трактористов вспахала 420 га целины. Если бы бригада вспахивала ежедневно на 5 га меньше, то она бы закончила работу на 2 дня позже. Сколько гектаров вспахивала бригада ежедневно?

В3. Путь от дома до почты идет сначала в гору, а потом под гору. Пешеход, добираясь от дома до почты и обратно, в гору шел со скоростью 3 км/ч, а под гору - со скоростью 6 км/ч. Найдите расстояние от дома до почты, если до почты пешеход шел 1 ч 40 мин, а обратно - 2 ч 20 мин.

В4. Два поезда отправились одновременно из Аи В навстречу друг другу. Скорость первого поезда на 10 км/ч больше скорости второго. Поезда встретились в 28 км от середины расстояния АВ. Если первый поезд отправился из А на 45 мин позже второго, то они встретились бы на середине АВ. Найти расстояние АВ.

В5. Две снегоуборочные машины, работая вместе, могут очистить от снега некоторый участок дороги за 12 ч. Если бы сначала первая машина выполнила половину работы, а затем вторая закончила бы уборку снега, то на всю работу ушло бы 25 ч. За сколько часов справилась бы с уборкой каждая машина, работая в отдельности?

## *Уроки с применением тестов.*

### *Урок 1. Урок решения задач на движение с помощью уравнений в 7 классе.*

Цели урока: продолжить формирование практических умений и навыков решения текстовых задач с помощью уравнений; развитие навыков самостоятельной работы, развитие познавательного интереса при решении задач. Отработать математические понятия, применяемые в формулах движения. Совершенствовать навыки перевода единиц, применяемых в формулах на движение. Научить учащихся использовать полученные знания в повседневной жизни.

Оборудование урока: Алгебра 7 (под ред. С.А.Теляковского), Сборник тестов для подготовки к итоговой аттестации по новой форме за курс основного общего образования, презентация к уроку.

Структура урока:

Сообщение цели и задач урока. - 2 мин.

Устная работа. Актуализация опорных знаний. - 4 мин.

Решение задач. - 25 мин.

Проверочная работа. - 7 мин.

Итог урока. Проверка полученных результатов. - 5 мин.

Домашнее задание. - 2 мин.

Ход урока.

1. Сообщение цели и задач урока.
2. Устная работа.

*Составьте выражение по условию задачи:*

1) Турист идет со скоростью 5 км/ч. Какое расстояние пройдет турист за $x$ ч?

2) Туристы проехали 60 км, а затем еще 3 ч шли со скоростью v км/ч. Какой путь проделали туристы?

3) Из двух городов, расстояние между которыми 120 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста. Один ехал со скоростью $x$ км/ч, а другой – со скоростью $y$ км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч?

*Составьте равенство, используя условие задачи:*

Туристы прошли пешком x км и проехали на автомобиле 3x км. Весь путь туристов составил 124 км.

3. Решение задач.

*Задача 1.* Велосипедист выехал из деревни до города со скоростью 15 км/ч, а возвращался со скоростью 12 км/ч, затратив на обратный путь на 30 мин больше. Каково расстояние от деревни да города?

Учащимся предлагается по готовому слайду заполнить пропуски и закончить решение.

Решение. Пусть расстояние от деревни до города равно $x$ км. Тогда на путь из деревни в город велосипедист затратил ... часов, а на обратный путь … часов. По условию задачи на обратный путь велосипедист затратил на 30 мин., т.е. на 1/2 часа, больше. Значит, …

Краткую запись параллельно можно оформить в виде стандартной таблицы на доске:

| | $v$, км/ч | $t$, ч | $s$, км |
|---|---|---|---|
| От дер. до города | 15 | $\frac{x}{15}$ | $x$ |
| От города до дер. | 12 | $\frac{x}{12}$, на 1/2 ч больше | $x$ |

Составим и решим уравнение: $\frac{x}{12} - \frac{x}{15} = \frac{1}{2}$.

Ответ: 30 км.

Вспомнив, что понятия скорость движения и производительность труда идентичные понятия, можно предложить учащимся самостоятельно решить следующую задачу.

*Задача 2.* Бригада трактористов планировала вспахивать в день по 40 га, но из-за ненастной погоды вспахивала в день только по 30 га и закончила работу на 2 дня позже срока. Какова площадь участка?

Обозначить через $x$ – площадь участка.

Ответ: 240 га.

*Задача 3.* Из двух городов, расстояние между которыми 600 м, выехали одновременно два автомобиля и встретились через 240 мин. Скорость одного автомобиля на 10 км/ч больше другого. С какой скоростью ехал каждый автомобиль?

Решение. Составим и заполним таблицу:

| | $v$, км/ч | $t$, ч | S = 600км |
|---|---|---|---|
| 1-ый авт. | $x$ | 4 | $4x$ |
| 2-ой авт. | $x+10$ | 4 | $4(x+10)$ |

Уравнение: $4x + 4(x + 10) = 600$

Ответ: 70 км/ч и 80 км/ч.

Самостоятельно учащимся предлагается решить задачу на работу.

*Задача 4.* Чтобы выполнить заказ в срок токарь должен был изготавливать по 6 деталей в час. Изготавливая в час по 8 деталей, он выполнил заказ на 1 ч раньше срока. Сколько деталей должен был изготовить токарь?

Уравнение $\frac{x}{30} - \frac{x}{40} = 2$.

Ответ: 24 детали.

Задача 5. Составьте задачу о движении или работе, решение которой приводит к уравнению

$$\frac{x}{80} + \frac{x}{60} = 14$$

и решите ее.

4. Проверочная работа. Текст работы взят из «Сборника тестов для подготовки к итоговой аттестации по новой форме за курс основного общего образования» (п. 7.3 Задачи для самостоятельной работы. №1, 2).

5. Итог урока. В качестве итога урока можно предложить учащимся составить задачу по недостающим исходным данным.

Задача 6.

Подберите недостающие данные, соответствующие действительности, и решите задачу.

Путь от поселка да города, равный … км, пролегает сначала по проселочной дороге, а затем по шоссе. Велосипедист по проселочной дороге ехал со скоростью … км/ч, а по шоссе со скоростью … км/ч. На путь по шоссе велосипедист затратил на 1 ч больше, чем на путь по проселочной дороге. Сколько времени ехал велосипедист по проселочной дороге?

6. Выставление оценок.
7. Домашнее задание: №696,697.

### *Урок 2. Решение задач с помощью рациональных уравнений в 8 классе.*

Цели урока:

закрепление навыков составления уравнения по условию задачи и его решения; навыков построения математической модели; развитие логического мышления, устной и письменной речи учащихся.

Структура урока.

Организационный момент.

Проверка домашнего задания.

Математический диктант с взаимопроверкой.

Устная работа; решение задачи по готовым алгоритмам.

Решение задач.

Итог урока.

Домашнее задание.

Оборудование урока: Сборник тестов для подготовки к итоговой аттестации по новой форме за курс основного общего образования; презентация к уроку.

Ход урока.

1. Сообщение цели урока.
2. Проверка домашнего задания.
3. Ответить на вопросы по домашнему заданию, в конце урока выборочно взять тетради на проверку.
4. Математический диктант.

Составьте выражение по условию задачи:

Задача 1. Скорость течения реки **v** км/ч. Сколько времени затратит катер на весь путь, если он прошёл 40 км по течению и 20 км против течения, и его собственная скорость 32 км/ч?

*Задача 2.* Два грузовика, работая вместе, перевозили зерно в течение 4 часов. Какова производительность второго, если первый перевозит зерно за ***t*** часов?

*Задача 3.* Два велосипедиста выехали навстречу друг другу, скорость первого $x$ км/ч, а скорость второго на 3 км/ч больше. Через сколько часов они встретятся, если расстояние между пунктами $A$ и $B$ 35 км?

Учащиеся могут обменяться тетрадями и выполнить взаимопроверку, затем сверить ответы по соответствующему слайду презентации.

5. Устный счёт - воспроизведение и коррекция опорных знаний.

*Задача 4.* Назовите область допустимых значений переменной в выражении (в качестве примеров можно взять ответы математического диктанта).

*Задача 5.* Назовите корни уравнения:

$$\frac{3(x+1)}{x+1} = \frac{(x-2)(x+1)}{x+1};$$

$$\frac{5}{x-3} = \frac{6(x-3)}{x-3}.$$

Ответьте на вопросы:

- Какую известную из курса физики формулу применяют при решении задач на движение?
- Какие величины обозначены буквами $v, t, s$?
- Как зная пройденный путь и скорость найти время движения?
- При решении задач на совместную работу какие величины используются?
- Как можно задать формулу работы?
- Как вы понимаете, что такое производительность труда?

6. Решение стандартных задач с применением изученных формул.

*Задача 6.* Моторная лодка прошла по течению реки 6 км, а затем по озеру 10 км, затратив на весь путь 1 ч.Найдите, с какой скоростью шла лодка по озеру, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Подготовленные учащиеся решают задачу самостоятельно, учащимся со слабой подготовкой можно предложить план решения задачи:

- Обозначьте через ***x*** км/ч собственную скорость лодки.
- Выразите скорость движения лодки по течению реки.
- Выразите время, затраченное на путь по течению реки.
- Выразите время, затраченное на путь по озеру.
- Составьте уравнение, учитывая, что на весь путь затрачен 1 ч.
- Решите составленное уравнение.
- Исключите из решения те корни, которые не удовлетворяют решению задачи.

*Задача 7.* Один из лыжников прошёл расстояние в 20 км на 20 мин быстрее, чем другой. Найдите скорость каждого лыжника, зная, что один из них двигался со скоростью на 2 км/ч большей, чем другой.

Учащиеся заполняют заготовленную таблицу, составляют уравнение, решают его и выписывают ответ. Проверка выполняется по соответствующему слайду.

|  | $v$, км/ч | $t$, ч | s, км |
|---|---|---|---|
| 1-ый лыжник | $x$ |  | 20 |
| 2-ой лыжник | $x$+2 | на 20 мин быстрее | 20 |

Уравнение: $\frac{20}{x} - \frac{20}{x+2} = \frac{1}{3}$.

Ответ: 10 км/ч и 12 км/ч.

<u>*Задача 8.*</u> Бригада должна была изготовить к определённому сроку 150 деталей. Увеличив ежедневную выработку на 5 деталей, она смогла уже за 2 дня до срока не только выполнить план, но изготовить дополнительно ещё 10 деталей. Сколько деталей должна была готовить бригада в день по плану?

|  | v, дет./день | $t$, дней | Объем работы, дет. |
|---|---|---|---|
| По плану | $x$ |  | 150 |
| Фактически | $x$+5 | на 2 дня раньше | 150+10 |

Уравнение: $\frac{150}{x} - \frac{160}{x+5} = 2$.

Ответ: 15 деталей.

Более подготовленным учащимся можно предложить решить эту же задачу, приняв за $x$ время работы по плану.

7. Итог урока.

Работа со «Сборником тестов».

Из п. 7.3 «Задачи для самостоятельной работы» выберите те задачи, которые могут быть решены с помощью рациональных уравнений.

8. Домашнее задание:

1) Решить любые 3 выбранные задачи;
2) Составьте задачу, которую можно решить по уравнению:

$$\frac{25}{x+3} + \frac{150}{x-3} = 2.$$

### *Урок 3. Урок решения задач на движение и работу в 9 классе.*

<u>Цели урока</u>:

Привести в систему и углубить совокупность умений применять метод уравнений в различных ситуациях.

Продолжить развитие у учащихся самостоятельного мышления, инициативы, творчества.

<u>Оборудование урока</u>: презентация, «Сборник тестов для подготовки к итоговой аттестации по новой форме за курс основного общего образования».

<u>Структура урока</u>:

Сообщение темы и цели.

Проверка домашнего задания.

Устная работа (актуализация опорных знаний и умений учащихся).

Решение задач.

Самостоятельная работа.

Итог урока. Проверка полученных результатов.

Домашнее задание.

Ход урока.

1. Устные упражнения. Работа по слайду 1.

*Ответьте на вопросы.*

- Какую формулу следует применять при решении задач на движение? Что в данной формуле обозначают буквы $S$, $v$, $t$?
- Какие величины используют при решении задач на работу? Как можно задать формулу работы?
- Что такое производительность труда и можно ли ее сравнивать со скоростью движения?

2. *Составьте выражения по условиям задач.* (Возможно, что некоторые учащиеся справятся с данным заданием только после подробных комментариев.)

1) Скорость велосипедиста *а* км/ч, скорость мотоциклиста *в* км/ч. Истолкуйте следующие выражения: а + *в, а - в, а : в, в·4, (а + в)·2, а·4 - в·2.*

2) Дневная норма выработки для бригады рабочих *а* м $^3$. Бригада работала 5 дней. Какую зависимость между данными величинами можно сформулировать? Запишите ее в виде выражения.

3) Скорость течения реки $x$ км/ч. Сколько времени затратит катер на весь путь, если он прошёл 20 км по течению и 10 км против течения, и его собственная скорость 32 км/ч?

4) Два велосипедиста выехали навстречу друг другу, скорость первого $c$ км/ч, а скорость второго на 3 км/ч больше. Через сколько часов они встретятся, если расстояние между пунктами $A$ и $B$ 35 км?

5) Для перевозки груза двум машинам необходимо 3 ч. Какова производительность первой машины, если вторая перевезет весь груз за $x$ ч.?

3. Решение задач с обсуждением.

6) Расстояние 30 км один из двух лыжников прошел на 20 мин быстрее другого. Скорость первого лыжника была на 3 км/ч больше скорости второго. Какова скорость каждого лыжника?

Решение. Составим таблицу:

| | $v$, км/ч | $t$, ч | $s$, км |
|---|---|---|---|
| 1 лыжник | $x$ | на 20 мин быстрее | 30 |
| 2 лыжник | $x$-3 | | 30 |

Так как $t_{2л} - t_{1л} = 20$ мин $= \frac{1}{3}$ ч, $t_{1л} = \frac{30}{x}$, $t_{2л} = \frac{30}{x-3}$, то составим уравнение:

$$\frac{30}{x-3} - \frac{30}{x} = \frac{1}{3}.$$

Решив это уравнение, найдем: $x_1 = 18$, $x_2 = -15$. Соотнося $x_1$ и $x_2$ с условием задачи, получаем, что скорость первого лыжника равна 18 км/ч, скорость второго лыжника 15 км/ч.

Ответ: 18 км/ч и 15 км/ч.

7) Две бригады рабочих закончили ремонт участка дороги за 4 ч. Если бы сначала одна из них отремонтировала половину всего участка, а затем другая – оставшуюся часть, то весь ремонт был бы закончен за 9 ч. За какое время каждая бригада в отдельности могла бы отремонтировать весь участок?

Решение. (Необходимо обратить внимание учащихся, что для удобства решения задачи, за объем выполненной работы можно принять любое число, кратное 4.)

Составим таблицу по аналогии с предыдущей задачей, так как понятия скорости движения и производительности труда – схожие и выражают единицу некоторого количества по времени.

| | *v* | *t*,ч | *Объем работы* |
|---|---|---|---|
| 1 и 2 совм. | 1 | за 4 ч | 4 |
| 1 бригада | *x* | за 9 ч | 2 |
| 2 бригада | 1-*x* | | 2 |

Учитель совместно со слабыми учащимися решает данную задачу. В это время более сильные учащиеся, получив верный ответ, ищут другие пути решения этой задачи (например, решение с помощью системы двух уравнений).

Ответ: первая бригада отремонтирует весь участок за 12 ч, вторая бригада – за 6 ч.

Самостоятельная работа по «Сборнику тестов».

Для самостоятельной работы учащихся можно выбрать Задачи 7, 8 из раздела 7.3 «Задачи на движение и работу» (Задачи для самостоятельной работы). Задача 8 позволит выявить навыки составления уравнений, задача 7 позволит закрепить навыки решения задач на работу.

4. Итог урока. Проверка и обсуждение результатов (работа по слайдам).

Решения задач собираются, выставляются оценки.

5. Домашнее задание.

Выполнить итоговый тест из «Сборника тестов».

## 6. Приложения 2

***Материалы в электронной форме.***

Описанные выше уроки и дидактические материалы даются с использованием презентаций. К оригиналу данной разработки они приложены на диске вместе с текстом данной разработки, а также опубликованы в Интернет на сайте «Школьная математика по адресу http://www.school-math.narod2.ru/ . Приводятся подборки дидактических материалов «Математика 5» и «Математика 6» (к учебникам Виленкина Н.Я. и др.), подборки дидактических материалов «Алгебра 8», «Алгебра 9» (к учебникам Макарычева Ю.Н. и др.), «Геометрия 10», «Геометрия 11» (к учебникам Атанасяна Л.С.и др.), материалы открытых уроков по теме «Задачи на движение и работу в 7-9 классах», материалы открытых уроков в 11 классе.

Содержание диска:

1. Вводная статья к диску (ReadMe.doc).
2. Разработка «Система упражнений в обучении математике **(**на примере темы «Задачи на движение»).
3. Приложения к разработке (ЦОРы).

**Дидактические материалы.**
Математика.5
Проверочная работа (сентябрь).
Контрольная работа 1 (п.1-5).
Контрольная работа 2 (п.6-7).
Контрольная работа 3 (п.8-10).
Контрольная работа 4 (п.11-13).
Контрольная работа 5 (п.14-16).
Контрольная работа 6 (п.17-21).
Контрольная работа 7 (п.22-25).
Контрольная работа 8 (п.26-29).
Контрольная работа 9 (п.30-33).
Контрольная работа 10 (п.34-35).
Контрольная работа 11 (п.36-38).
Контрольная работа 12 (п.39-40).
Контрольная работа 13 (п.41-43).
Итоговая контрольная работа.

Математика 6.
Проверочная работа (сентябрь).
Контрольная работа 1 (п.1-7).
Контрольная работа 2 (п.8-11).
Контрольная работа 3 (п.12).
Контрольная работа 4 (п.13-15).
Контрольная работа 5 (п.16-17).
Контрольная работа 6 (п.18-19).
Контрольная работа 7 (п.20-22).

Алгебра 8
КР Решение квадратных уравнений.
Итоговая КР за I полугодие.

Алгебра 9
КР Арифметическая прогрессия.
КР Геометрическая прогрессия.

Геометрия 10
СР Применение теоремы о 3-х перпендикулярах.
СР Площадь поверхности призмы.
СР Пирамида.
СР Перпендикулярность прямой и плоскости.
КР Перпендикулярность прямой и плоскости.
КР Многогранники.

Геометрия 11.
СР Объем прямоугольного параллелепипеда.
КР Цилиндр, конус, шар.
КР Объем шара и площадь сферы.
КР Объем наклонной призмы, пирамиды, конуса.
Диктант Сфера.
Диктант Простейшие задачи в координатах.
Диктант Понятие Конуса.
Диктант Объем шара.
Диктант Объем призмы и цилиндра.

**Открытые уроки по теме**
**"Задачи на движение и работу".**
7 кл. Решение задач с помощью уравнений.
8 кл. Решение задач с помощью рациональных уравнений.
9 кл. Решение задач на движение и работу.

**Открытые уроки в 11 классе.**
Метод оценки в решении задач.
Однородные уравнения второй степени.

***Ссылки на материалы автора, опубликованные в Интернет.***

1. С использованием данной методики разработан элективный курс «Параметры в школьном курсе математики». Этот курс опубликован в Интернет на сайте ЧРИО и доступен для скачивания по адресу http://gov.cap.ru/home/121/raznoe/end/mathematics/морушкина%20в.в..doc
2. Создана база ЦОРов. Материалы из этой базы опубликованы в Интернет на сайте «Школьная математика» по адресу http://school-math.narod2.ru/ .

Подписано в печать 29.10.2010. Бумага офсетная. Печать оперативная. Тираж 100 экз.
Отпечатано с макета предоставленного автором,
Типография Гранит, 428029, Чебоксары, пр. И. Яковлева, д. 4/2, www.tipgranit.ru .